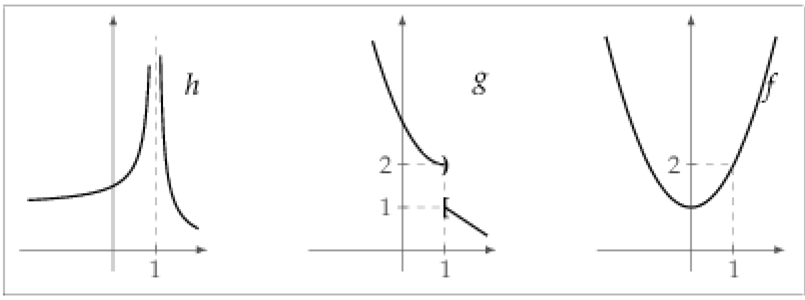
Continuidad

Consideremos las siguientes funciones reales y estudiemos lo que pasa en cada una para el valor $x_0 = 1$:



Según los gráficos:

- La función h no está definida en 1. Para dibujarla hay que levantar el lápiz.
- La función g está definida en 1 y vale $g(1) = 1$ (notar que el corchete indica que el punto $(1, 1)$ está en el gráfico y que el paréntesis en el $(1, 2)$ indica que este punto no está en el gráfico). Sin embargo, la función da un salto en ese valor y para dibujarla también hay que levantar el lápiz en $x_0 = 1$.
- La función f está definida en 1 y vale $f(1) = 2$. Esta función no pega saltos, así que puede dibujarse sin levantar el lápiz en $x_0 = 1$.

Intuitivamente, diremos que una función f es *continua en un valor* x_0 si se cumplen dos condiciones: primero, que la función f esté definida en x_0 y segundo, que la función pueda dibujarse en x_0 sin levantar el lápiz (es decir, que no haya un salto en el dibujo en $(x_0, f(x_0))$). Notar que para que una función sea continua en un punto deben valer las **dos** condiciones.

Existe una definición matemática más precisa de lo que significa que una función sea continua en un punto, pero excede los alcances de este curso.

Entonces, en las funciones previamente graficadas tenemos que:

- La función h no está definida en 1, por lo tanto h **no es continua en** $x_0 = 1$.
- La función g está definida en 1 pero hay un salto en el gráfico en el punto $(1, g(1))$, por lo tanto g **no es continua en** $x_0 = 1$.
- La función f está definida en 1 y no hay saltos en el dibujo en el punto $(1, f(1))$, luego f **es continua en** $x_0 = 1$.

Se dice que una función es continua en todo un intervalo si la función es continua en todos los puntos del intervalo. Esto quiere decir que, en todo el intervalo en cuestión, la función no pega saltos y puede dibujarse sin levantar el lápiz. De igual forma, se dice que una función es continua en todo $\mathbb{R}$ si es continua en todos los valores reales.

Propiedad: Las funciones polinómicas son continuas en todo $\mathbb{R}$ (es decir, están definidas en cualquier valor y sus gráficos no pegan saltos).

Ejemplos: