

REPASO 2 - Ejercicio 3

Ej3) Hallar el área de la región limitada por: los ejes coordenados; la recta $y = 2$ y el gráfico de $f(x) = \sqrt{2x-6}$.

● Graficamos:

• $y = 2$ (Recta Horizontal)

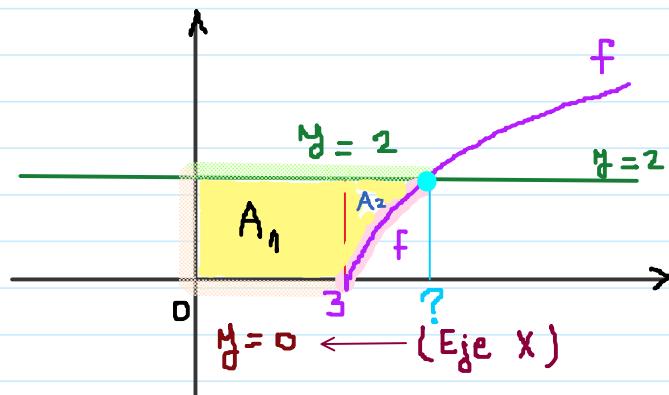
• $f(x) = \sqrt{2x-6}$ (Raíz cuadrada)

$$\text{Dom } f: 2x-6 \geq 0$$

$$2x \geq 6$$

$$x \geq 3$$

$$\Rightarrow \text{Dom } f = [3, +\infty)$$



$$A_1 = \int_0^3 (2 - 0) dx$$

$$A_2 = \int_3^{\infty} (2 - \sqrt{2x-6}) dx$$

● Para terminar de plantear el Área 2, necesitamos hallar la intersección entre $y=2$ y el gráfico de f :

$$2 = \sqrt{2x-6}$$

$$4 = 2x-6$$

$$4+6 = 2x$$

$$10 = 2x$$

$$5 = x$$

$$A_2 = \int_3^5 \left(2 - \sqrt{2x-6} \right) dx$$

● Calculamos las Integrales:

Regla de Barrow:

$$\int_a^b f(x) dx = G(x) \Big|_a^b = G(b) - G(a) \quad \text{donde } G'(x) = f(x)$$

$$\bullet A_1 = \int_0^3 (2 - x) dx = \int_0^3 2 dx = \boxed{2x} \Big|_0^3 = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 0 = \boxed{6} = A_1$$

$$\bullet A_1 = \int_3^5 (2 - \sqrt{2x-6}) dx$$

• 1º) Calculamos la integral indefinida:

$$\int (2 - \sqrt{2x-6}) dx = \int 2 dx - \boxed{\int \sqrt{2x-6} dx} =$$

|| ← VER Ej 1c)

$$= \boxed{2x} - \boxed{\frac{1}{3} (2x-6)^{3/2}} + C$$

• 2º) Calculamos la integral definida (con la Regla de Barrow):

$$\Rightarrow A_2 = \int_3^5 (2 - \sqrt{2x-6}) dx = \left. \left(\boxed{2x - \frac{1}{3} (2x-6)^{3/2}} \right) \right|_3^5 =$$
$$= \left(2 \cdot 5 - \frac{1}{3} (2 \cdot 5 - 6)^{3/2} \right) - \left(2 \cdot 3 - \frac{1}{3} (2 \cdot 3 - 6)^{3/2} \right) =$$
$$= \left(10 - \frac{1}{3} \cdot \cancel{4}^{3/2} \right) - \left(6 - \frac{1}{3} \cdot \cancel{0}^{3/2} \right) =$$
$$= \left(10 - \frac{1}{3} \cdot 8 \right) - \left(6 - 0 \right) = 10 - \frac{8}{3} - 6 = \boxed{\frac{4}{3}} = A_2$$

$$\Rightarrow A_T = A_1 + A_2 = 6 + \frac{4}{3} = \boxed{\frac{22}{3}} = A \quad \leftarrow \text{ÁREA TOTAL}$$